



# Análisis comparativo de estrategias didácticas para la enseñanza del cálculo o aproximación de la raíz cuadrada de un número entero positivo

## Comparative Analysis of Didactic Strategies for Teaching the Calculation or Approximation of the Square Root of a Positive Integer

Alejandro Taveras<sup>1</sup>

Jesús R. Guillén<sup>2</sup>

Pedro Peña<sup>3</sup>

### Resumen

Se presentan los resultados obtenidos en un análisis comparativo sobre distintas estrategias y métodos para la enseñanza del cálculo o aproximación de la raíz cuadrada de un número entero positivo. Teniendo en cuenta el potencial didáctico del algoritmo babilónico, se hizo un estudio de campo que permitió analizar el uso de este algoritmo, complementándolo con el Teorema fundamental de la Aritmética, para determinar si la implementación de dichos métodos en las aulas de clase garantiza un aprendizaje significativo y más eficiente que la enseñanza del algoritmo tradicional. Se aplicaron encuestas y un taller de capacitación para la recolección de datos a maestros de matemáticas de secundaria y estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas Orientada a la Educación Secundaria del ISFODOSU-República Dominicana. Los resultados evidenciaron que el algoritmo tradicional fue el que presentó menor complejidad para su aplicación.

**Palabras clave:** algoritmos, aproximación, raíz cuadrada.

### Abstract

The results obtained in a comparative analysis on different strategies and methods for teaching the calculation or approximation of the square root of a positive whole number are presented. Taking into account the didactic potential of the Babylonian algorithm, a field study was carried out that allowed us to analyze the use of this algorithm, complementing it with The Fundamental Theorem of Arithmetic, to determine if the implementation of these methods in classrooms guarantees learning meaningful and more efficient than traditional algorithm teaching. Surveys and a training workshop for data collection were applied to high school mathematics teachers and students of the Bachelor of Mathematics Oriented to Secondary Education of ISFODOSU-Dominican Republic. The results showed that the traditional algorithm was the one that presented the least complexity for its application.

**Keywords:** algorithms, approach, square root.

<sup>1</sup> ISFODOSU, ORCID.ORG/0000-0003-4574-0144, alejandro.taveras@isfodosu.edu.do

<sup>2</sup> ISFODOSU, ORCID.ORG/0000-0002-5548-5821, jesus.guillen@isfodosu.edu.do

<sup>3</sup> ISFODOSU, ORCID.ORG/0000-0002-3746-0030, pedro.pena@isfodosu.edu.do

## 1. Introducción

Dada la importancia del uso de los algoritmos en matemática para el desarrollo del pensamiento lógico, las aplicaciones de estos en la tecnología, el papel fundamental que tiene la raíz cuadrada en distintas áreas de las matemáticas y tomando en cuenta el potencial del algoritmo babilónico según Peña y Méndez (2015), se consideró necesario hacer un estudio de campo que permitiera determinar el uso de este algoritmo, complementándolo con el Teorema fundamental de la Aritmética para el cálculo o aproximación de la raíz cuadrada de un número entero positivo, a modo de estrategia didáctica, para determinar si la implementación de dichos métodos en las aulas de clase garantizan un aprendizaje significativo y al mismo tiempo un método práctico, mucho más eficiente y menos engorroso que la enseñanza del algoritmo tradicional. Por tanto, planteamos estrategias didácticas que nos permiten captar el interés de los estudiantes por aprender dicho contenido, dando significado al estudio del mismo sin que sea un simple proceso mecánico de pasos complejos que no despiertan su interés. En tal sentido, en la presente investigación se hace una propuesta de distintas alternativas didácticas para hallar la raíz cuadrada de un número entero positivo y se realiza un análisis comparativo entre distintos métodos para determinar cuál de los métodos planteados presenta menos dificultades para su comprensión.

## 2. Fundamentación teórica

El cálculo de la raíz cuadrada se remonta posiblemente a hace más de 3.500 años y se han encontrado piezas históricas que así lo evidencian (Yuste, 2008). Los chinos descubrieron un procedimiento para obtener de manera aproximada la raíz cuadrada de un número (Fernández, 1991). Este método está basado, en la aproximación del área de un cuadrado por recubrimiento de cuadrados y rectángulos. El algoritmo chino se conoce en la literatura como algoritmo tradicional de la raíz cuadrada y es el método tradicional que se ha impartido dentro del programa de matemáticas de la educación secundaria en varios países (Núñez y Servat 1992). El tema de la raíz cuadrada de un número positivo es muy elemental, pero en la actualidad se ha dejado de enseñar en los centros educativos de educación media por diversas razones (Lozada y Ruiz, 2011; Orantes, 1996). Núñez y Servat (1992) señalan que todo profesor de matemáticas sabe la complejidad que encierra para sus alumnos el aprendizaje del algoritmo usual de extracción de la raíz cuadrada, motivado a ello resulta engorroso y difícil para ser presentado al estudiante que, por lo general, se limita a memorizar el proceso sin comprenderlo. El algoritmo tradicional de la raíz cuadrada puede encontrarse en Arenas (2000) y Baldor (1981). La utilización de algoritmos, involucra procesos de automatización de reglas, pasos y operaciones necesarias para resolver un problema y este procedimiento se aplica como herramienta de enseñanza en la mayoría de los procesos matemáticos básicos. Según Fernández (2005), la matemática está llena de algoritmos: el de la multiplicación, el de la división, el algoritmo de Euclides o el método de Gauss para resolver sistemas de ecuaciones; son ejemplos, entre otros. En nuestra propia actividad cotidiana podemos encontrar muchos algoritmos; una misma receta de cocina, puede llevarnos a su aplicación. Podríamos

decir vagamente que un algoritmo es el conjunto de pasos a realizar, necesariamente ordenados y finitos para alcanzar un objetivo. Un algoritmo es una secuencia de pasos operativos para la realización de una tarea o la resolución de un problema. Así mismo, Sánchez y López (2011), demuestran que la influencia del conocimiento formal, intuitivo y procedimental en el proceso de aprendizaje algorítmico; además del contexto pedagógico del aula y el proceso de transferencia del conocimiento matemático, son decisivos en la generación del error en el algoritmo de la sustracción. Los errores se centraron en determinados factores de la tarea relacionados con la comprensión de conceptos esenciales para el aprendizaje del algoritmo. Lo cual muestra, que los niños(as) al iniciar el aprendizaje construyen algunas interpretaciones sobre el procedimiento, en base a una serie de conceptos o vocabulario específico organizado dentro del campo conceptual de la sustracción. Para Porto et al. (2017), los algoritmos poseen una gran importancia tanto para informática, robótica y ciencias de la computación, ya que por medio de estos se llega a un orden de ideas y un proceso correcto en la elaboración de maquinarias, robots y solución de problemas complejos. Estos señalan que los algoritmos nos permiten dar solución a problemas y también son la base de cada lenguaje de programación utilizada para el desarrollo de *software*. Villadiego et al. (2015), expresan que la programación de computadores, puede ser un instrumento efectivo para mejorar el potencial creativo en la educación secundaria, sin embargo, la metodología tradicional de pseudocódigo y diagramas puede llegar a ser, debido a su complejidad, un factor que limite esta mejora solo a individuos cuyos niveles de comprensión de la lógica matemática sean lo suficientemente fundamentados. Para obtener resultados favorables en estudiantes de Educación Media, con cualquier tipo de estrategia que busque explotar el potencial creativo, se hace necesario emprender una labor de identificación de las fortalezas e intereses desde los primeros años escolares. En tal sentido, la enseñanza de algoritmos en Educación Básica y en particular el de la raíz cuadrada, es de gran valor para el desarrollo científico del individuo y en consecuencia para su comunidad.

### 3. Metodología

En esta investigación se realizó un análisis comparativo entre distintos métodos para calcular o aproximar la raíz cuadrada de un número entero positivo, la cual se estructuró de la siguiente forma: en una primera etapa se elaboraron tres cuestionarios mixtos, con la misma estructura, adecuados a cada población a encuestar, las cuales son de características diferentes. Estas poblaciones fueron: maestros de Secundaria, estudiantes del ISFODOSU Recinto Emilio Prud'Homme de la Licenciatura en Matemáticas orientada a la Educación Secundaria y estudiantes de Secundaria del segundo grado del primer ciclo. Cabe destacar que este estudio se llevó a cabo en algunos sectores de la región del Cibao-República Dominicana. Dado que el tema de la raíz cuadrada, en general, se introduce desde el punto de vista aritmético y que el algoritmo tradicional para calcular o hallar una aproximación de la raíz cuadrada de un número entero positivo es el que exige mayores competencias en el alumno para su comprensión se estableció realizar una investigación de tipo exploratoria, descriptiva y cuantitativa,

para la cual se realizó y se aplicó un instrumento de tipo mixto. Los datos se tabularon de forma manual, analizando los ítems de preguntas cerradas, mediante la determinación de frecuencia absoluta y porcentual de cada ítem (mostrados en formas de columnas); mientras las de preguntas abiertas a través de análisis.

## 4. Resultados

### Resultados del primer cuestionario aplicado a los maestros de secundaria

Al analizar los resultados observamos que 136 de las 288 respuestas posibles tenían el resultado correcto, lo cual representa el 47 % sobre todas las respuestas posibles. El 66,18 % de las respuestas con resultados correctos no dejaron evidencia de los procesos realizados para encontrar el resultado. Por tanto, son valoradas incorrectas. Lo que implica que solo el 33,82 % de las respuestas con resultado correcto son valoradas como correctas; es decir, el 84 % de 288 respuestas posibles fueron valoradas incorrectas o simplemente no respondidas (NR).

El algoritmo chino o tradicional: el 16,18 % de las respuestas con resultados correctos usaron este método, lo que representa el 8 % de 288. Inspección: el 12,50 % de las respuestas usaron la técnica de la Inspección la cual se fundamenta en la definición clásica de la raíz que se imparte tanto en Primaria y Secundaria. Esto representa el 6 % de 288.

El Teorema fundamental de la Aritmética: solo el 5,15 % de las respuestas se dieron a partir de este método. Esto representa el 2 % de 288.

21 de los maestros encuestados usaron o aplicaron una técnica o métodos en las respuestas dadas, independientemente de cómo se hayan valorado las respuestas, lo que representa el 29,16 % de muestra total, resultado que tiene una diferencia significativa con el 40,28 % de los encuestados que manifestó conocer los temas básicos sobre la raíz cuadrada. Pero es aún más significativo cuando lo comparamos con el 94,44 % de los encuestados que manifestó saber calcular o aproximar la raíz cuadrada de un número entero positivo. Por otro lado, los que expresaron saber qué es un algoritmo y dieron un ejemplo satisfactorio, que, además dijeron saber la definición de la raíz cuadrada, que conocían métodos para calcularla y que dieron al menos una respuesta correcta representan el 36,11 % de la muestra total, pero solo el 11,12 % sobre la muestra total que corresponde a este grupo dejó evidencias de los procesos realizados en la obtención de las respuestas.

### Resultados del segundo cuestionario aplicado a los maestros de Secundaria

Dado que el segundo cuestionario tenía las mismas dimensiones que la primera muestra aplicada, y la muestra que la llenó fueron los que realizaron el taller titulado «Métodos alternativos para calcular o aproximar la raíz cuadrada de un número entero positivo», decidimos hacer el análisis solo de los elementos involucrados en la tercera dimensión. El porcentaje total de respuestas correctas fue del 93 %, mientras que el porcentaje de respuestas correctas por problema planteado fue de 95 % para el problema 1 y el 92 % para los problemas 2 y 3. Por otro lado, el método más aplicado fue el algoritmo chino, dado que el 87 % de las respuestas usaron dicho método.

## 5. Conclusiones

El 38,89 % de profesionales encuestados, en la región del Cibao-República Dominicana, que incursionan en el sistema educativo y se desempeñan como maestros de matemáticas a nivel de secundaria no tienen formación especializada en el área o en el campo de la educación. El análisis realizado evidencia que el 70,84 % de los maestros encuestados tienen debilidades en el tema de la raíz cuadrada, ya que solo el 20,16 % dejó evidencia de los procesos o métodos aplicados en la resolución de alguno de los problemas planteados. Los resultados obtenidos evidenciaron que el método para calcular o aproximar raíces cuadradas de un número entero positivo que los encuestados aplicaron con mayor facilidad fue el algoritmo tradicional o chino, el cual no se contempla en el diseño curricular vigente. Los argumentos e interpretaciones geométricas para darle significado al estudio de los distintos métodos usados para calcular o aproximar la raíz cuadrada de un número entero positivo lograron captar la atención de los participantes, facilitó la comprensión del tema y se logró que internalizaran la importancia del estudio y desarrollo de los algoritmos en el ámbito de la matemática.

## 6. Referencias bibliográficas

- Arenas, G. (2000). *Matemática* (9.<sup>a</sup> ed.). Zulia, Venezuela: Santillana.
- Baldor, A. (1981). *Aritmética*. México: Compañía Editora y Distribuidora de Textos Americanos.
- Fernández, J. (2005). *Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas*. *Revista UNIÓN*, 4, 31-46.
- Fernández, S. (1991). *La raíz cuadrada y la matemática china*. *Revista Suma*, 8, 81-83.
- Lozada, J. y Ruiz, C. (2011). *Estrategias Didácticas para la Enseñanza-Aprendizaje de la Multiplicación y División*. (Tesis de Grado inédita). Universidad de Los Andes, Trujillo.
- Núñez, E. y Servat, S. (1992). *Los algoritmos para el cálculo de la raíz cuadrada y sus antecedentes en textos escolares antiguos*. *Revista Enseñanza de las Ciencias*. 11(1), 69-77.
- Orantes, A. (1996). *Al rescate de los algoritmos para la enseñanza de las ciencias. Una herramienta para analizar y representar conocimientos condicionales*. Universidad Central de Venezuela, Caracas. <https://r.issu.edu.do/?l=557qBc>
- Peña P. y Méndez L. (2015). Propuesta para el cálculo de la raíz cuadrada usando el método de cuadrar rectángulos. *Revista Premisa*, 17(65), 44-50.
- Porto, R., Silvera, A., Garcés, L., Porto, A.; Suárez, D. y Arboleda, D. (2017). Marco de enseñanza basado en OVAs para el adiestramiento en la introducción de los algoritmos (OLIA). *Revista Científica Electrónica de Educación y Comunicación en la Sociedad del Conocimiento*, 1(17), 60-75.
- Sánchez, A. y López, R. (2011). La transferencia de aprendizaje algorítmico y el origen de los errores en la sustracción. *Revista de Educación*. 354, 429-445.
- Villadiego, A., López, J. y Sierra, I. (2015). El aprendizaje de la programación y su influencia en el desarrollo del pensamiento creativo en estudiantes de Educación Media. *Revista Ingeniería e Innovación*, 8(1), 32-45.
- Yuste P. (2008). Ecuaciones cuadráticas y procedimientos algorítmicos. Diofanto y las matemáticas en Mesopotamia. *Revista Theoria*. 62, 219-244.